

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ  
«СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ  
В РАДИОТЕХНИКЕ»  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ГРУППЫ  
РССО-1-16**

## Список литературы

1. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: учебное пособие для вузов / В. И. Тихонов, В.Н. Харисов. — М.: Горячая линия-Телеком, 2004
2. Статистическая радиотехника / В. И. Тихонов. — М.: Радио и связь, 1982.
3. Сигналы. Теоретическая радиотехника: Справ. пособие / А. Н. Денисенко. — М.: Горячая линия - Телеком, 2005.
4. Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. для вузов / О. А. Стеценко. — М.: Высш. шк., 2007
5. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для студентов радиотехн. спец. вузов / И. С. Гоноровский. — М.: Радио и связь, 1986.
6. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. для вузов / С. И. Баскаков. — М.: Высш. шк., 2000.
7. Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. пособие / Д. В. Васильев, М. Р. Витоль, Ю. Н. Горшенков, и др.; К. А. Самойло. — М.: Радио и связь, 1982.

## Календарный план занятий

Не- деля	Дата	Занятие
<u>2</u>	10.09	<u>Случайные величины</u>
		<u>Случайные сигналы и помехи, их классификация и математическое описание</u>
<u>4</u>	24.09	<u>Моментные и корреляционные характеристики случайных процессов</u>
		<u>Характеристическая функция случайного процесса</u>
		<u>Стационарные случайные процессы</u>
<u>6</u>	08.10	<u>Спектральная плотность стационарного случайного процесса</u>
		<u>Эргодические случайные процессы</u>
<u>8</u>	22.10	<u>Функциональные преобразования случайных процессов</u>
		<u>Многомерные функциональные преобразования случайных процессов</u>
<u>9</u>		<u>Самостоятельная работа 1</u>
<u>10</u>	05.11	<u>Гауссов случайных процесс</u>
		<u>Основные характеристики стационарного случайного процесса</u>
<u>12</u>	19.11	<u>Полярное преобразование гауссовых процессов</u>
		<u>Узкополосные случайные процессы</u>
<u>14</u>	03.12	<u>Преобразование случайных процессов в линейных цепях</u>
		<u>Преобразование белого шума в линейных радиотехнических цепях</u>
<u>16</u>	17.12	<u>Преобразование случайных процессов в нелинейных цепях</u>
		<u>Преобразование гауссова процесса в нелинейной безынерционной цепи</u>

## Неделя семестра 2

### Лекция 1

#### Случайные величины

##### Подготовка к лекции

Повторить основные разделы курса «Теория вероятностей».

##### Содержание лекции

1. Понятие случайной величины.
2. Непрерывные случайные величины. Основные характеристики непрерывных случайных величин: ФРВ и её свойства, ПРВ и её свойства. Примеры случайных величин: гауссова и равномерно-распределённая СВ.
3. Дискретные случайные величины. Закон распределения, ФРВ и ПРВ дискретной СВ, пример.
4. Смешанные случайные величины. ПРВ и ФРВ.
5. Числовые характеристики СВ: математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение. Неравенство Чебышёва. Размерности ФВР, ПРВ, мат. ожидания, дисперсии, СКО.
6. Системы случайных величин. Двумерные и условные ПРВ.

##### Проработка лекции

Читать и конспектировать

Источник	1	6
Разделы	стр.9-16, стр. 28-32	6.1-6.2

### Лекция 2

#### Случайные сигналы и помехи, их классификация и математическое описание

1. Причины, препятствующие передаче информации. Понятие помехи.
2. Классификация помех. Флуктуационные процессы. Случайные сигналы.
3. Математическое описание случайных сигналов.
4. Задачи, роль и место дисциплины «Статистическая радиотехника».
5. Понятие случайного процесса, реализация и сечение случайного процесса.
6. Основные характеристики случайного процесса: ФРВ и ПРВ их основные свойства.
7. Совместные и

условные ПРВ. 8. Понятие независимых случайных процессов.

### **Проработка лекции**

Читать и конспектировать:

Источ- ник	4	5	3	1	6
Разделы	6.1-6.2	4.1-4.2	Раздел 14	2.1-2.2	6.3

## **Неделя семестра 4**

### **Лекция 3**

#### **Моментные и корреляционные характеристики случайных процессов**

##### **Содержание лекции**

1. Математическое ожидание. Понятие математического ожидания. Основные свойства математического ожидания. Понятие центрированного случайного процесса.
2. Начальные и центральные моменты случайного процесса.
3. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение случайного процесса. Понятие дисперсии. Понятие среднеквадратического отклонения случайного процесса. Основные свойства дисперсии.
4. Геометрический смысл математического ожидания и среднеквадратического отклонения. Неравенство Чебышёва.
5. Корреляционные характеристики случайного процесса. 5.1. Взаимная корреляционная функция. Независимость и некоррелированность случайных процессов. Свойства ВКФ. Нормированная ВКФ. 5.2. Понятие автокорреляционной функции случайного процесса, её основные свойства. Нормированная АКФ случайного процесса. 5.3. Неравенство Коши-Буняковского. Максимум ВКФ и линейная зависимость случайных процессов.

### **Проработка лекции**

Читать и конспектировать:

Источник	4	5	3	1
Разделы	6.3-6.4	4.1-4.2	Раздел 14	2.4

## Лекция 4

### 1. Характеристическая функция случайного процесса

Определение  $N$ -мерной ХФ случайного процесса, её основные свойства: в нуле и максимальное значение, согласованность, симметрия, ХФ СП с независимыми выборками. Разложение в ряд ХФ в одномерном случае, формулы для одномерных моментов распределения, математического ожидания и дисперсии. Формула для многомерных моментов по ХФ.

### 2. Стационарные случайные процессы

1. Понятие строго стационарного случайного процесса.
2. Одномерные и двумерные ПРВ стационарного СП
3. Моментные характеристики ССП. Математическое ожидание, дисперсия.
4. Корреляционные характеристики ССП. ВКФ и АКФ стационарных процессов. Интервал корреляции стационарного случайного процесса.
5. Понятие слабо стационарного СП.
6. Математическое отступление – рассматриваем интеграл спец. вида, который нам понадобится на следующем занятии.

### Проработка лекции

Читать и конспектировать:

Источник	1	5	4	6
Разделы	2.2-2.3	стр.110-111	стр.147-152	стр.157-160

## Неделя семестра 6

### Лекция 5

### Спектральная плотность стационарного случайного процесса

1. Понятие спектральной плотности случайного процесса.
2. Теорема Винера-Хинчина с доказательством.
3. Основные свойства спектральной плотности: положительность и чётная симметрия. Дисперсия как средняя мощность случайного

процесса. Ширина спектра. Соотношение неопределённости.  
4. Белый и квазизелый шум. Понятие и характеристики.

### **Проработка лекции**

Читать и конспектировать:

Источник	4	5	1	6
Разделы	6.5	4.3-4.5	2.5	Глава 7

### **Лекция 6**

#### **Эргодические случайные процессы**

1. Понятие эргодического случайного процесса.
2. Эргодичность ССП с убывающей АКФ. Показать, что стационарный случайный процесс с убывающей корреляционной функцией является эргодическим. (Сначала показать, что мат. ожидание можно искать путём усреднения по времени, потом показать, это позволяет определить все характеристики процесса)
  - 2.1. Математическое ожидание ЭСП
  - 2.2. Дисперсия ЭСП
  - 2.3. АКФ ЭСП
  - 2.4. Спектр ЭСП
  - 2.5. ПРВ ЭСП
  - 2.6. ФРВ ЭСП
3. Экспериментальное определение характеристик ЭСП.
  - 3.1. Усреднение по времени, как НЧ-фильтрация. Схемы измерения математического ожидания и центрирования
  - 3.2. Измерение дисперсии.
  - 3.3. Измерение АКФ.
  - 3.4. Измерение ФРВ.
  - 3.5. Измерение ПРВ и построение гистограммы.

### **Неделя семестра 8**

#### **Лекция 7**

#### **Функциональные преобразования случайных процессов**

1. Одномерные ПРВ при функциональном преобразовании.
2. Некоторые простейшие функциональные преобразования.

- 2.1. Линейное
- 2.2. Квадратичное
- 2.3. Двухстороннее линейное
- 2.4. Кусочно-линейное
- 2.5. Линейное ограничение
3. Получение случайных процессов с заданным законом распределения.

### **Проработка лекции**

Читать и конспектировать:

Источник	3	1	7
Разделы	15.5	Стр. 21-25	20.1-20.2

## **Лекция 8**

### **Многомерные функциональные преобразования случайных процессов**

1. Преобразование плоских областей. Понятие якобиана.
2. Многомерные плотности вероятности при функциональных преобразованиях.
3. Плотность вероятности суммы, разности, произведения и частного случайных величин.

### **Проработка лекции**

Читать и конспектировать:

Источник	7	2	3
Разделы	20.3	3.1-3.2	17.2-17.3

## **Неделя семестра 9**

### **Самостоятельная работа 1**

Для оформления отчёта по лабораторной работе №3 решить следующие задачи (параметры случайных процессов соответствуют методическим указаниям к лр3):

1. Построить график ПРВ случайного процесса, получаемого кусочно-линейным преобразованием гауссова случайного процесса.
2. Построить график ПРВ случайного процесса, полученного линейным ограничением гауссова случайного процесса.

3. Построить график ПРВ случайного процесса  $\eta(t) = |\xi(t)|$ .  $\xi(t)$  - гауссов случайный процесс.
4. Построить график ПРВ случайного процесса  $\eta(t) = a\xi^2(t)$ .  $\xi(t)$  - гауссов случайный процесс.

Решите задачи:

5. Найти ПРВ гармонического сигнала со случайной начальной фазой.
6. Найти МО и дисперсию гармонического сигнала со случайной начальной фазой.
7. Найти КФ гармонического сигнала со случайной начальной фазой.
8. Найти СПМ гармонического сигнала со случайной начальной фазой.
9. Показать, что АКФ произведения независимых случайных процессов равна произведению АКФ сомножителей.
10. Найти корреляционную функцию суммы двух случайных процессов.  $\zeta(t) = \xi(t) + \eta(t)$ .

## Неделя семестра 10

### Лекция 9

#### Гауссов случайный процесс

1. Понятие гауссова СП. Выражения для ПРВ и ХФ, корреляционная матрица. Выражения для ПРВ, ФРВ и ХФ стационарного случайного процесса в одномерном и двумерном случае
2. Основные свойства гауссова СП:
  - 2.1. Полное определение математическим ожиданием и корреляционной функцией;
  - 2.2. Эквивалентность некоррелированности и независимости;
  - 2.3. Эквивалентность стационарности в широком и узком смысле;
  - 2.4. Устойчивость к линейным преобразованиям;
  - 2.5. ЦПТ (доказательство в одномерном случае)

#### Проработка лекции

Читать и конспектировать:

Источник	2	3	1
----------	---	---	---

Разделы	2.5	16.3	2.6
---------	-----	------	-----

## Практическое занятие 1

### Основные характеристики стационарного случайного процесса

1. Найти корреляционную функцию и спектр суммы двух случайных процессов.
2. Найти спектр произведения независимых ССП.
3. Найти КФ и спектр мощности производной ССП.
4. Найти спектр, интервал корреляции и ширину спектра

$$R_{\xi}(\tau) = \sigma_{\xi}^2 \left( 1 - \frac{|\tau|}{\tau_m} \right) \text{rect} \left( \frac{\tau}{2\tau_m} \right).$$

5. Найти спектр, интервал корреляции и ширину спектра

$$R_{\xi}(\tau) = \sigma_{\xi}^2 e^{-\alpha|\tau|}.$$

6. Найти ПРВ, ФРВ, корреляционную функцию и спектр мощности гармонического сигнала со случайной начальной фазой

$$\xi(t) = A \cos(\omega t + \varphi).$$

## Неделя семестра 12

### Лекция 10

#### Полярное преобразование гауссовых процессов

1. Полярное преобразование. Совместная и индивидуальные ПРВ величин. Распределение Райса. Распределение Релея.
2. Комплексный случайный процесс. Математическое ожидание. Корреляционная функция.

### Лекция 11

#### Узкополосные случайные процессы

1. Понятие и описание УСП. Квадратуры, производная СП, комплексная огибающая.
2. Корреляционные характеристики УСП
3. Некоторые свойства характеристик УСП

#### Проработка лекции

Читать и конспектировать:

Источник	4	5	6	1
Разделы	6.7	4.6	7.3	4.7

## Неделя семестра 14

### Лекция 12

#### Преобразование случайных процессов в линейных цепях

1. Линейные цепи и их основные характеристики
2. Постановка и решение задачи преобразования случайного процесса в линейной цепи.
3. Математическое ожидание случайного процесса на выходе линейной цепи.
4. Корреляционная функция случайного процесса на выходе линейной цепи.
5. Спектр случайного процесса на выходе линейной цепи.
6. Взаимная корреляционная функция процессов на входе и выходе линейной цепи.
7. Эффект нормализации случайного процесса при его преобразовании инерционной линейной цепью.
8. Анализ линейного инерционного преобразования случайного процесса.

#### Проработка лекции

Читать и конспектировать:

Источник	5	7	1	6
Разделы	Глава 7	Глава 19	4.1-4.2, 4.8	Глава 10

### Практическое занятие 2

#### Преобразование белого шума в линейных радиотехнических цепях

1. Корреляционная функция и спектр мощности случайного процесса на выходе линейной цепи.
2. Воздействие белого шума на линейную цепь первого порядка.
3. Воздействие белого шума на линейную узкополосную цепь второго порядка.
4. Воздействие белого шума на идеальный фильтр нижних частот.

5. Воздействие белого шума на идеальный полосовой фильтр.

## Неделя семестра 16

### Лекция 13

#### Преобразование случайных процессов в нелинейных цепях

1. Понятие и обобщённая структурная схема нелинейной цепи.
2. ПРВ процесса на выходе нелинейной безынерционной цепи.
3. Математическое ожидание и корреляционная функция процесса на выходе нелинейной безынерционной цепи.
  - 3.1. Прямой метод анализа
  - 3.2. Математическое ожидание и корреляционная функция процесса на выходе при полиномиальном преобразовании.
  - 3.3. Корреляционные характеристики процесса на выходе при преобразовании гауссова процесса.

#### Проработка лекции

Читать и конспектировать:

Источник	4	5	2
Разделы	10.6	Глава 11	3.4

#### Практическое занятие 3

#### Преобразование гауссова случайного процесса в нелинейной безынерционной цепи

1. Квадратичное преобразование гауссова процесса. Центрированный стационарный гауссов процесс, многочлен 2-й степени. Трансформация спектра при полиномиальном преобразовании суммы гауссовых узкополосных случайных процессов с равномерным спектром в полосе частот.
2. Кусочно-линейное преобразование (математическое ожидание и корреляционная функция на выходе).
3. Линейное ограничение (математическое ожидание и корреляционная функция на выходе).
4. Одностороннее квадратичное преобразование (корреляционная функция на выходе).